【論理回路】

問1

4 人の投票者がそれぞれ ‘0’ もしくは ‘1’ を投票し，投票結果 x_0, x_1, x_2, x_3 によって出力 f= ‘0’ もしくは f= ‘1’ を決定する状況を考える．ただし投票 x_0 は 2 票分，その他の投票はそれぞれ 1 票分の重みを持つものとし，得票多数のものを採択し出力するものとする．

(1) x_0, x_1, x_2, x_3 と f の関係を真理値表で示せ．

(2) f を x_0, x_1, x_2, x_3 の最簡積和形で表せ．

問 2

図 1 は JK フリップフロップ回路を 2 つ組み合わせた同期式順序回路であり，定常入力 x_0, x_1 とクロック信号（図には表示していない）に従って内部状態 Q_0, Q_1 を逐次的に遷移させ，内部状態の組 Q_0, Q_1 を出力する．

現状態を Q_0,Q_1，次状態を Q_0^+,Q_1^+と書くことにする．

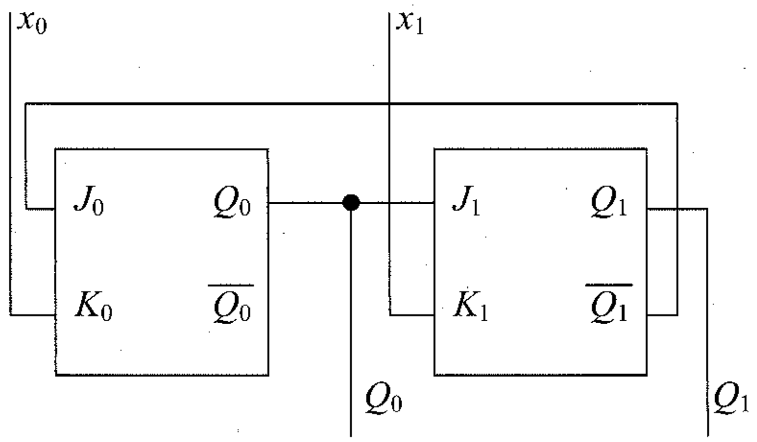

図 1

以下の問いに答えよ．

(1) JK フリップフロップ回路の挙動を，J_0, K_0 を入力とし Q_0^+ を出力とする真理値表で表せ．また，これを最簡積和形の論理式で表せ．（ただし Q_0 を変数として使用してよい．）

(2) x_0, x_1 を一定に定めたとき，内部状態 Q_0, Q_1 は 4 状態 00, 01, 10, 11 の間をクロック毎に逐次的に遷移する．初期状態を s_0 とし，i 番目の遷移状態を s_i と書くとき，$s_3 = s_{3+j}$ を満たすような最小の正の整数 j を x_0, x_1 の各組み合わせに対して求めよ．

【機械力学】

注意：問題１，問題２はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．

問題１

図１に示すように，半径 r の円板が鉛直面内に動かないように固定されており，質量 M，内径 $2R_1$，外径 $2R_2$ の均質なリングが，その内側で円板に接するように掛けられている．なおリングの内側の円と外側の円は同心円である．

円板の中心を O とし，O を通る鉛直な直線を ℓ，リングの重心を P とする．また円板とリングの接触点を Q とし，OQ と ℓ のなす角を θ とする（反時計まわりを正にとる）．

$\theta = \theta_0,\, 0 < \theta_0 < \pi/2$ で静止した状態から静かに解放したときの運動について以下の問いに答えよ．ただし，すべての運動は鉛直面内で起こるものとする．

(1) θ の時間微分を $\dot{\theta}$，静止系からみたリングの回転角速度を ω とするとき，リングが持つ運動エネルギーを求めよ．

(2) リングが滑らずに転がるとき，リングの重心 P が ℓ を通過する瞬間の $\dot{\theta}$ を求めよ．

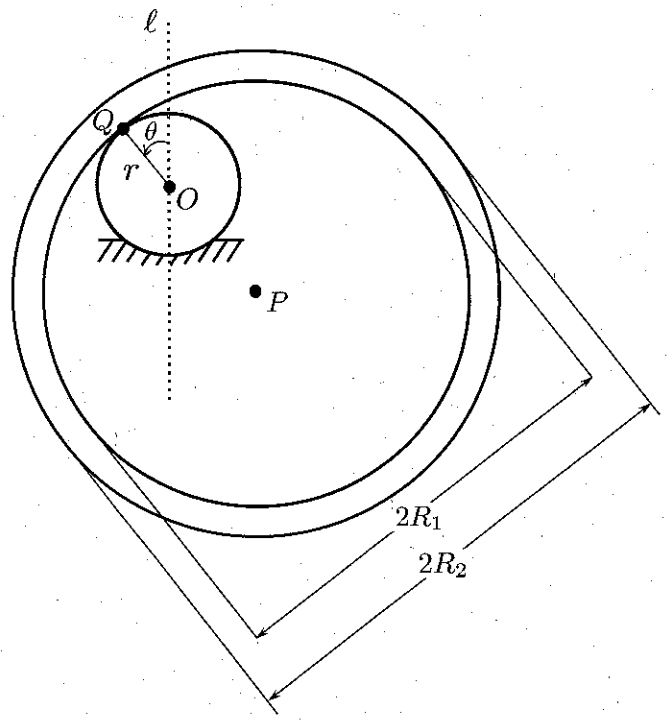

図１

(機械力学の問題は次ページに続く)

【機械力学】（続き）

問題２

質量mの質点がポテンシャル$U(r)$による中心力を受けて平面上を運動している．ポテンシャルはrを原点から質点までの距離（動径）として，次のように表される．ここで，V, Rは定数とする．

$$U(r) = -\frac{mV^2R^4}{2r^4}$$

下図に示すように，この質点が原点から距離Rの点を通過したとき，速さ（速度ベクトルの絶対値）はVと等しく，速度ベクトルと動径の方向は直交して，$\dot{r}=0$が成立したとする．

解答には動径と偏角をそれぞれr, φとする極座標を用いてもよい．

(1) 質点の位置を表現するための一般化座標を選び，これを用いてラグランジアンLを導出せよ．

(2) この系について保存量の一つを見つけて，時間の経過により値が変化しないことを確認せよ．

(3) その後，原点から質点までの距離が$r=R/\sqrt{2}$となった．このときの質点の速さを求めよ．

(4) 同じ瞬間について，$|\dot{r}|$と$\ddot{r}$を求めよ．

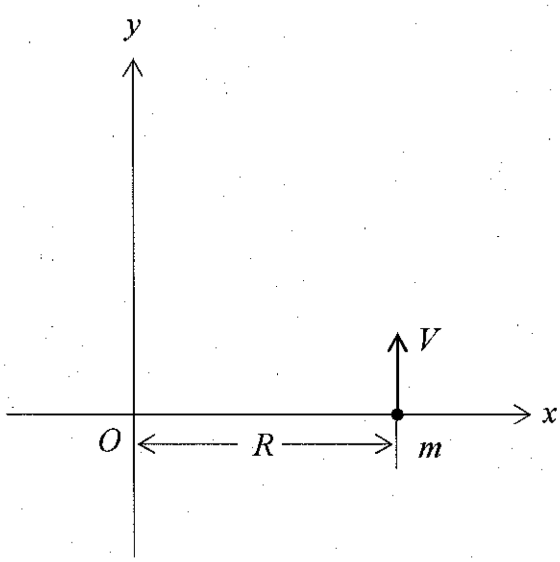

図２　中心力が作用する質点

[工　業　数　学]

問題毎に解答用紙一枚を使用すること．必要なら裏面を用いよ．

以下で記号"z"は複素変数を，記号"i"は虚数単位を表すものとする．以下の問いに答えよ．

問題1

1）$\cos i$ の絶対値を求め，値1との大小関係を調べよ．

2）次の関数 $h(z)$ の $z=1/3$ における留数を求めよ．

$$h(z)=\frac{1}{(3z-1)^2(z+1)}$$

問題2

実積分

$$I=\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta\,d\theta}{5-3\cos\theta}$$

を考える．

1）次の変数 z で I を表現せよ．

$z=\exp(i\theta)$

2）I の値を求めよ．

問題3

以下の設問に答えよ．ただし，複素数の偏角("arg")は0以上 2π 未満の範囲で考えるものとする．

1）r を任意に与えられた実数とする．方程式 $z^2=ri$ の解を求めよ．

2）関数 $f(z)=z^2+(1-i)z-i$ の零点を τ_1,τ_2 とする．このとき，以下のべき級数が収束し，正則となる範囲を求めよ．

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{z^n}{\tau_1^n\tau_2^n+(\tau_1+\tau_2)^n}$$

3）さて，τ_1,τ_2 の偏角の間に $\arg(\tau_1)<\arg(\tau_2)$ の関係が成立しているものとする．この τ_1 と τ_2 を複素平面上に図示せよ．

4）τ_1,τ_2 を含む次の関数を考える．

$$g(z)=\frac{z-\tau_2}{z-\tau_1}$$

この $g(z)$ について $|g(z)|>1$ が成立する z の範囲を求め，複素平面上に図示せよ．

【基本ソフトウェア】

注意：各問題はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．

問題 1　以下のＣ言語で記述されたプログラムについて下記の設問に答えよ．ただし，*MAXN* は 3 以上のある決められた整数である．また，各行の先頭の数字は行番号であり，プログラムの一部ではない．

```
 1  #include <stdio.h>
 2  int tab[MAXN];
 3
 4  void foo()
 5  {
 6    int i, j;
 7
 8    for(i=0; i<MAXN; i++)  tab[i]=1;
 9
10    for(i=2; i<MAXN; i++) {
12      if(tab[i]==1) {
13        for(j=i*2; j<MAXN; j+=i) {
14          tab[j]=0;
15        }
16      }
17    }
18    for(i=1; i<MAXN; i++) {
19      if(tab[i]==1) {
20        printf("%d ", i);
21      }
22    }
23    printf("\n");
24  }
25
26  void main() {
27    foo();
28  }
```

（基本ソフトウェアの問題は次ページに続く）

(1) *MAXN* を 20 として上記のプログラムを動作させると，標準出力へは複数の整数が出力される．この出力結果を解答せよ．

(2) *MAXN* (≥ 3) に関わらず，上記のプログラムにより標準出力に出力される整数は，そのうち一つを除いて共通のある「数学的性質」を有し，一方で出力されない整数はその「数学的性質」を有しない．その「数学的性質」とは何か，解答せよ．

(3) (2) で解答した「数学的性質」を持つ整数のみを出力するように，上記のプログラムを修正したい．現在空行である第 9 行目にあらたに書き足すことでこの修正を行うものとして，新しい 9 行目を解答せよ．

（以下，本ページは空欄が続く）

（基本ソフトウェアの問題は次ページに続く）

問題 2

以下の表で与えられるプロセスを単一CPUで処理する場合を考える.

プロセス名	到着時刻	CPU 所要時間	優先度
P_1	0	6	低
P_2	1	2	低
P_3	2	4	高
P_4	8	3	低
P_5	11	1	高

タイムスライスを1とし,プロセス切り替えにかかるオーバーヘッドは無視できるものとする.このとき,以下の問に答えよ.

(1) プロセスのスケジューリング方式として以下の4つを考える.

(i) 到着順サービス (first-come first-served: FCFS)

(ii) 残余処理時間順サービス (shortest remaining processing time first)

(iii) ラウンドロビン (round-robin)

(iv) 非割り込み型優先度順サービス (non-preemptive priority)

表のプロセスに対し,到着順サービスによるスケジューリング結果は以下のようになる.

$$P_1, P_1, P_1, P_1, P_1, P_1, P_2, P_2, P_3, P_3, P_3, P_3, P_4, P_4, P_4, P_5$$

他の3つのスケジューリング方式について,スケジューリング結果がどのようになるかを示せ.ただし表の優先度はスケジューリング方式(iv)のみに適用される.

(2) ジョブが到着してから処理が完了するまでの時間をターンアラウンドタイムとする.到着順サービスの場合,P_1のターンアラウンドタイムは6,P_2のターンアラウンドタイムは7となる.4つのスケジューリング方式におけるジョブの平均ターンアラウンドタイムを求めよ.

【電気・電子回路】

注意: 問題 1, 問題 2 はそれぞれ別の解答用紙に解答すること.

問題 1 以下の回路において，E は実効値 $|E|$，角周波数 ω の正弦波交流電圧源とする．以下の設問に答えよ．

(1) 図 1 (a) の回路において，インピーダンス Z_3 を流れる電流 I が Z_3 に無関係となるために Z_1, Z_2 が満たすべき条件を求めよ．

(2) 図 1 (b) の回路において Z に流れる電流が Z に無関係となるためには，電圧源の角周波数 ω はいくらであればよいか求めよ．

(3) 設問 (2) のように電圧源の角周波数 ω を定めたとき，図 1 (c) の回路の抵抗 R における消費電力 P を求めよ．

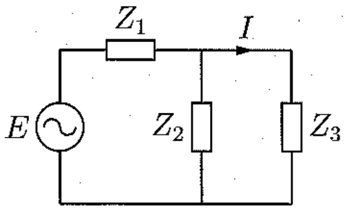

図 1 (a)

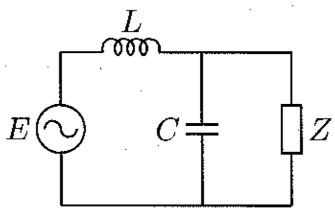

図 1 (b)

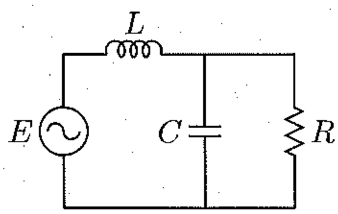

図 1 (c)

(電気・電子回路の問題は次ページに続く)

問題 2 図 2(a) にウィーンブリッジ発振器の原理図を示す．電源 E は角周波数 ω，実効値 $|E|$ の正弦波交流電圧源である．以下の設問に答えよ．

(1) 分圧比 $\beta = v_2/v_1$ を抵抗 R，キャパシタンス C，角周波数 ω，及び虚数単位 j により表せ．

(2) 電源 E を制御電源とし，$E = \mu v_2$ の正帰還をかけることにより発振器として動作させる．このとき，発振角周波数 ω_c と利得 μ に関する発振条件とを求めよ．

(3) 正帰還回路として，図 2(b) のように理想的な演算増幅器による回路を用いた．このとき，発振条件を抵抗 R_1，R_2 により表せ．

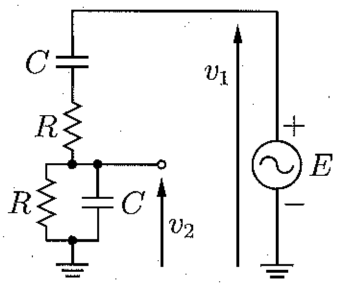

図 2 (a)

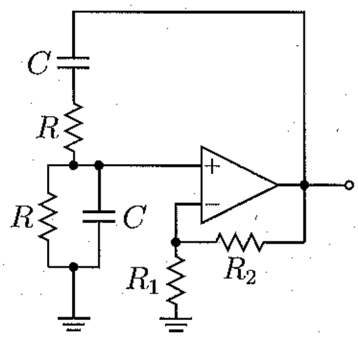

図 2 (b)

(電気・電子回路の問題はここまで)

【 確率統計 】

問 1 確率変数 X_1, X_2 の結合確率密度関数 $f(x_1, x_2)$ を

$$f(x_1,x_2) = \begin{cases} \dfrac{1}{4}\exp(-\dfrac{x_1+x_2}{2}) & (0 < x_1 < \infty,\ 0 < x_2 < \infty \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{その他のとき}) \end{cases}$$

とする．このとき，確率変数

$$Y = \frac{1}{2}(X_1 - X_2)$$

の確率密度関数を求めよ．

問 2 $X_1, X_2, ..., X_n$ は互いに独立でパラメータ θ ($\theta > 0$) をもつ指数分布に従う確率変数であり，各 X_i の確率密度関数は

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta}\exp(-\dfrac{x}{\theta}) & (0 < x < \infty \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{その他のとき}) \end{cases}$$

であるとする．このとき，以下の問に答えよ．

(i) θ の推定量 $\hat{\theta}$ として標本平均

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

を用いると，それは不偏，すなわち，

$$E[\hat{\theta}] = \theta$$

であることを示せ．ただし，$E[\cdot]$ は期待値を表す．

(ii) 各 X_i のモーメント母関数 $E[e^{tX_i}]$ を求め，

$$Y = \frac{2}{\theta}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

のモーメント母関数 $E[e^{tY}]$ を求めよ．ただし，変数 t はそれぞれの期待値が存在する範囲にあるものとする．

（確率統計の問題は次ページに続く）

【 確率統計 】(続き)

(iii) 自由度 k の χ^2 分布に従う確率変数 Z は

$$Z = \sum_{i=1}^{k} W_i^2$$

と表現される．ここで，$W_1, W_2, ..., W_k$ は互いに独立で平均 0，分散 1 の正規分布に従う．このとき，各 W_i^2 のモーメント母関数 $E[e^{tW_i^2}]$ を求め，Z のモーメント母関数 $E[e^{tZ}]$ を求めよ．

(iv) Y は χ^2 分布に従うことを示し，その自由度を求めよ．

(v) Z が確率 $1-\alpha$ で存在する区間を $(\chi^2_{1-\alpha/2,k},\ \chi^2_{\alpha/2,k})$ とおく．すなわち，

$$\Pr(\chi^2_{1-\alpha/2,k} < Z < \chi^2_{\alpha/2,k}) = 1-\alpha$$

である．ただし，$\Pr(Z > \chi^2_{\alpha,k}) = \alpha$ である．このことを用いて，(i) の $\hat{\theta}$ で θ を推定するとき，θ の確率 $1-\alpha$ の信頼区間を示せ．

(確率統計の問題はここまで)